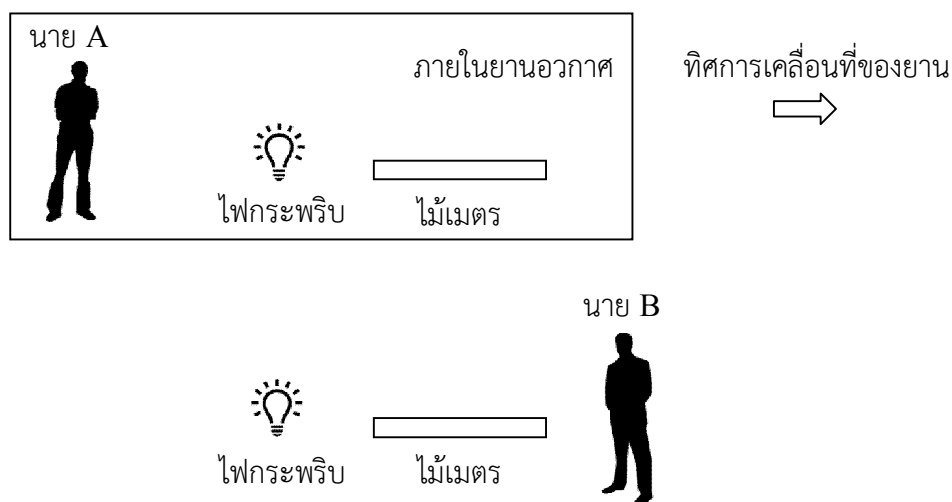


สรุปเรื่องการยืดของเวลาและการหดของความยาว



สมมติว่า มีชายสองคน คือ นาย A และนาย B ทั้งสองคนนี้มีนาฬิกาคนละเรือน, ไม้เมตรคนละอัน, และเครื่องทำแสงกระพริบ ที่กระพริบแสงทุก ๆ 5 วินาที คนละเครื่อง โดยของทั้งสามอย่างเหมือนกันทุกประการ และทำงานได้อย่างสมบูรณ์แบบ นาฬิกาทั้งสองเรือนเดินเป็นจังหวะเดียวกันและถูกตั้งให้ตรงกัน จากนั้น นาย A ออกเดินทางไปกับยานอวกาศโดยนำนาฬิกา, ไม้เมตร, และเครื่องทำแสงกระพริบของตัวเองไปด้วย โดยวางไม้เมตรให้ขนานไปกับแนวยาวของตัวยาน ส่วนนาย B ยืนอยู่บนพื้นโลก วางไม้เมตรของตัวเองไว้บนพื้นขนานกับทิศที่ยานจะเคลื่อนออกไป เมื่อยานเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเข้าใกล้แสง ทั้งคู่ก็เริ่มสังเกตสิ่งต่าง ๆ ของอีกฝ่ายเทียบกับของที่อยู่กับตัว โดยสามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้

- (ก) นาย A ซึ่งอยู่บนยาน จะวัดไม้เมตรของตัวเองได้ยาว 1 เมตร และจับเวลาการกระพริบของแสงจากเครื่องของตัวเองได้ 5 วินาที โดยความยาวนี้จะเป็น proper length หรือความยาวแท้ ($L_p = 1 \text{ m}$) และช่วงเวลาการกระพริบก็จะเป็น proper time หรือช่วงเวลาแท้ ($\Delta t_p = 5 \text{ s}$)
- (ข) เช่นเดียวกับข้อ (ก) นาย B จะวัดความยาวแท้ (L_p) ของไม้เมตรของตัวเองเป็น 1 เมตร และช่วงเวลาแท้ (Δt_p) ของการกระพริบของไฟจากเครื่องของตัวเองเป็นเวลา 5 วินาที เช่นกัน
- (ค) ถ้านาย B พยายามวัดความยาวไม้เมตรของนาย A ที่อยู่บนยาน เขาจะพบว่า ความยาวไม้เมตรของนาย A หดสั้นลง คือสั้นกว่า 1 เมตร โดยคำนวณได้จาก

$$L = L_p \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

และเมื่อนาย B พยายามจับเวลาการกระพริบของหลอดไฟของนาย A เขาก็จะพบอีกว่า ช่วงเวลาที่ไฟกระพริบนี้นานกว่า 5 วินาที โดยสามารถคำนวณได้จาก

$$\Delta t = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

(ง) เช่นเดียวกับข้อ (ค) สำหรับนาย A ซึ่งจะมองเห็นนาย B เคลื่อนที่ไปพร้อมกับโลกในทิศตรงกันข้าม และคิดว่าตัวเองอยู่นิ่งบนยาน ถ้าเขาวัดความยาวของไม้เมตรของนาย B เขาก็จะพบว่าไม้เมตรของนาย B ยาวไม่ถึง 1 เมตร และช่วงเวลาของไฟกระพริบจากเครื่องของนาย B ก็นานกว่า 5 วินาทีด้วย ทั้งหมดนี้เป็นผลของการวัดความยาว หรือการสังเกตช่วงเวลาของการเกิดเหตุการณ์บนกรอบอ้างอิงอื่นที่มีการเคลื่อนที่เทียบกับตัวผู้สังเกต ความยาวที่วัดได้ หรือช่วงเวลาที่วัดได้จะเปลี่ยนไปจากค่าแท้ที่วัดเมื่อผู้สังเกตอยู่นิ่งเทียบกับสิ่งที่ต้องการจะวัด

แบบฝึกหัดเรื่องการยืดของเวลาและการหดสั้นของความยาว

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้ (ช่วงชีวิตของมิวออนที่กำลังเคลื่อนที่)

1.1 จงหาช่วงชีวิตเฉลี่ย (The mean lifetime) ของมิวออนที่วัดในห้องปฏิบัติการ ถ้ามิวออนกำลังเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว $v = 0.60c$ m/s เมื่อเทียบกับห้องปฏิบัติการ ถ้าช่วงชีวิตเฉลี่ยเมื่อมิวออนหยุดนิ่งเท่า $2.20 \mu\text{s}$

วิธีทำ ผู้สังเกตอยู่นิ่งในห้องปฏิบัติการ ช่วงชีวิตของอนุภาคมิวออนที่หยุดนิ่ง (เทียบกับตัวผู้สังเกต) จะเป็นช่วงเวลาแท้ $\Delta t_p = 2.20 \mu\text{s}$ แต่เมื่อพยายามวัดช่วงชีวิตของมิวออนที่กำลังเคลื่อนที่ เวลาที่ผู้สังเกตวัดได้ควรจะยืดยาวกว่าช่วงเวลาแท้ เพราะผู้สังเกตพยายามวัดช่วงเวลาของเหตุการณ์ที่อยู่กรอบที่มีการเคลื่อนที่เทียบกับตัวเขา ดังนั้น

$$\Delta t = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{(2.20 \times 10^{-6})}{\sqrt{1 - \frac{(0.60c)^2}{c^2}}} = \frac{(2.20 \times 10^{-6})}{\sqrt{1 - 0.60^2}} = 2.75 \times 10^{-6} \text{ s} = 2.75 \mu\text{s}$$

1.2 ระยะทางที่มิวออนเคลื่อนที่ได้ในห้องปฏิบัติการก่อนที่จะสลายตัวไป

วิธีทำ จาก $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ จะได้ $\Delta s = v\Delta t = 0.60 \times 3 \times 10^8 \times 2.75 \times 10^{-6} = 495 \text{ m}$

2. ผู้โดยสารคนหนึ่งโดยสารไปกับยานที่เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วสูงระหว่างโลกกับดาวพฤหัสบดีด้วยอัตราเร็วคงตัว $0.75c$ m/s อ่านนิตยสารเป็นเวลา 10.0 นาที จากการสังเกตบนนาฬิกาข้อมือของตัวเอง จงหาว่าผู้โดยสารจะใช้เวลาในการอ่านนิตยสารเป็นเวลานานเท่าใดเมื่อวัดโดยนาฬิกาของผู้สังเกตที่อยู่บนโลก

วิธีทำ เวลา 10.0 นาทีที่ผู้โดยสารวัดช่วงเวลาของตัวเองเป็นเวลาแท้ (Δt_p) เพราะเขาอยู่นิ่งเทียบกับสิ่งที่เขาวัด (เคลื่อนที่ไปพร้อมกับเหตุการณ์) แต่อีกคนบนโลกที่พยายามวัดช่วงเวลาของเหตุการณ์นี้ควรจะวัดเวลาได้ยาวนานกว่า 10.0 นาที เพราะเหตุการณ์ที่เขาสังเกตมีการเคลื่อนที่เทียบกับตัวเขา ดังนั้น

$$\Delta t = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{(10.0 \times 60)}{\sqrt{1 - \frac{(0.75c)^2}{c^2}}} = \frac{(600)}{\sqrt{1 - 0.75^2}} = 907.1 \text{ s} = 15 \text{ นาที } 7 \text{ วินาที}$$

3. จงหาอัตราเร็วเฉลี่ยของอนุภาค pion ที่เคลื่อนที่ ถ้าช่วงชีวิตเฉลี่ยของ pion เมื่อเคลื่อนที่มีค่าเท่ากับ 4.40×10^{-8} วินาที และช่วงชีวิตเฉลี่ยเมื่อหยุดนิ่งมีค่าเท่ากับ 2.60×10^{-8} วินาที

วิธีทำ ข้อนี้คล้ายกับข้อ 1.1 ลองทำดู คำตอบคือ $0.807c$ m/s

4. อายุเฉลี่ยของมิวออนวัดได้เท่ากับ 6×10^{-6} วินาที ในขณะที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $0.95c$ จงหาอายุเฉลี่ยของมิวออนในระบบที่อนุภาคหยุดนิ่ง

วิธีทำ ข้อนี้คล้ายกับข้อ 1.1 โดยต้องการให้หาเวลาแท้ คำตอบคือ 1.87×10^{-6} วินาที

5. ยานอวกาศลำหนึ่งบินออกจากโลกด้วยอัตราเร็ว 4.80×10^6 เมตรต่อวินาที สัมพัทธ์กับโลก และย้อนกลับโลกด้วยอัตราเร็วเดียวกัน ยานอวกาศลำนี้นำนาฬิกาอะตอมซึ่งตั้งให้ตรงกันกับนาฬิกาอีกตัวหนึ่งที่มีลักษณะเหมือนกันทุกประการที่วางนิ่งไว้บนโลก ยานอวกาศกลับมายังโลกในอีก 365 วัน หลังจากเดินทาง ซึ่งวัดโดยนาฬิกาเรือนที่อยู่บนโลก จงหาความแตกต่างของช่วงเวลาของนาฬิกาทั้งสองเรือน (วัดในหน่วยชั่วโมง) และนาฬิกาเรือนใดเดินช้าที่สุด

วิธีทำ นาฬิกาที่อยู่บนโลกวัดช่วงเวลาทั้งหมดตั้งแต่ออกเดินทางไปและกลับมาอีกครั้งของสิ่งที่มีการเคลื่อนที่เทียบกับตัวนาฬิกา ดังนั้น 365 วัน ไม่ควรเป็นช่วงเวลาแท้ และถ้าให้ใครคนหนึ่งเดินทางไปกับยาน แล้วให้เขาวัดเวลาเดินทางทั้งหมดด้วยนาฬิกาที่อยู่บนยาน อันนี้จะได้เป็นเวลาแท้ และไม่ควรงถึง 365 วัน ดังนั้น

$$\Delta t = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \Rightarrow \quad \Delta t_p = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$
$$= (365 \times 24) \sqrt{1 - \frac{(4.80 \times 10^6)^2}{(3 \times 10^8)^2}}$$
$$= 8758.879 \text{ hr}$$

ความแตกต่างของเวลา เท่ากับ $(365 \times 24) - 8758.879 = 1.121 \text{ hr}$ คิดเป็น 1 ชั่วโมง 7 นาที 15.6 วินาที ที่นาฬิกาเรือนที่อยู่บนยานเดินช้ากว่าเรือนที่อยู่บนโลก

6. คาบการเคลื่อนที่ของลูกตุ้มนาฬิกาอย่างง่าย (Pendulum) มีค่าเท่ากับ 3.00 วินาที ในกรอบอ้างอิงของลูกตุ้มนาฬิกา จงหาคาบของการเคลื่อนที่ของลูกตุ้มนาฬิกาอย่างง่ายที่วัดโดยผู้สังเกตที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว $0.96c$ สัมพัทธ์กับลูกตุ้มนาฬิกา

วิธีทำ เวลา 3.00 วินาที ที่วัดได้ในกรอบอ้างอิงของลูกตุ้ม ควรเป็นคาบเวลาแท้ เพราะลูกตุ้มนาฬิกาอยู่นิ่งในกรอบนี้ ถ้ามีผู้สังเกตที่กำลังเคลื่อนที่ และพยายามสังเกตคาบเวลาที่ลูกตุ้มแกว่ง เขาควรจะวัดได้คาบการแกว่งที่ยาวนานกว่า 3.00 วินาที เพราะลูกตุ้มมีการเคลื่อนที่เทียบกับตัวเขา (เขาจะมองว่าตัวเองอยู่กับที่ แต่ลูกตุ้มเคลื่อนที่) ดังนั้น

$$\Delta t = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{(3.00)}{\sqrt{1 - \frac{(0.96c)^2}{c^2}}} = 10.71 \text{ s}$$

7. ยานอวกาศลำหนึ่งเคลื่อนที่ผ่านชายคนหนึ่งด้วยอัตราเร็ว $0.85c$ ชายคนนี้วัดความยาวของยานอวกาศได้เท่ากับ 38.2 m จงหาความยาวของยานอวกาศลำนี้เมื่อหยุดนิ่ง

วิธีทำ ความยาว 38.2 m ที่ชายคนนี้วัดได้ ควรเป็นความยาวที่หดสั้นกว่าความเป็นจริง เพราะเขาพยายามวัดความยาวของยานขณะที่มันกำลังเคลื่อนที่ ดังนั้น เมื่อยานจอดอยู่นิ่ง แล้ววัดความยาวอีกครั้ง เขาควรได้ความยาวที่ยาวกว่า 38.2 m ซึ่งเป็นความยาวแท้ของยาน ดังนั้น

$$L = L_p \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{☞} \quad L_p = \frac{L}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{(38.2)}{\sqrt{1 - \frac{(0.85c)^2}{c^2}}} = 72.52 \text{ m}$$

8. จงหาว่า จรวดจะต้องเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเท่าใด จึงจะทำให้ผู้สังเกตบนโลกเห็นความยาวของจรวดลดลงเหลือ 99% ของความยาวเมื่อหยุดนิ่ง

วิธีทำ สมมุติว่า ความยาวของจรวดเมื่อจอดอยู่นิ่งคือ L_p (ความยาวแท้) เมื่อจรวดเคลื่อนที่ คนบนโลกก็จะวัดความยาวของจรวดได้ $0.99L_p$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} L = L_p \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{☞} \quad (0.99L_p) &= L_p \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\ 0.99 &= \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\ 0.99^2 &= 1 - \frac{v^2}{c^2} \\ \frac{v^2}{c^2} &= 1 - 0.99^2 \\ v &= c\sqrt{1 - 0.99^2} \\ v &= 0.141c \end{aligned}$$

9. ยานอวกาศของบริษัท Trade Federation บินผ่านดาวเคราะห์ Coruscant ด้วยอัตราเร็ว $0.600c$

นักวิทยาศาสตร์บนดาว Coruscant วัดความยาวของยานอวกาศที่กำลังเคลื่อนที่ได้เท่ากับ 74.0 m ต่อมา ยานอวกาศลงจอดบนดาว Coruscant และนักวิทยาศาสตร์คนเดิมวัดความยาวของยานเมื่อจอดอยู่นิ่ง จงหาค่าความยาวที่วัดได้

วิธีทำ ความยาว 74.0 m เป็นความยาวที่หดสั้น เพราะวัดตอนที่ยานเคลื่อนที่ ถ้าวัดตอนที่ยานลงจอดบนดาว ค่าที่วัดได้ควรจะยาวกว่านี้ และเป็นความยาวแท้ด้วย ลองทำดู คำตอบคือ 92.5 m

10. ไม้มมาตรจะต้องเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าใด จึงจะทำให้ความยาวของไม้มมาตรเหลือเท่ากับ 0.500 m

วิธีทำ ไม้มมาตร เมื่ออยู่นิ่งจะยาว 1 m ซึ่งเป็นความยาวแท้ ความยาว 0.500 m เป็นความยาวเมื่อผู้สังเกตวัดได้เมื่อไม้มมาตรเคลื่อนที่เทียบกับตัวเขา ข้อนี้ทำเหมือนกับข้อ 8. โดยจะได้คำตอบ คือ $0.866c$